مقدمة إلى ميكانيك الإنشاءات

هو العلم الذي يتناول طرق حساب المنشآت على المتانة و الصلابة و الاستقرار تحت تأثير الحمولات الستاتيكية و الديناميكية. يهتم فرع ستاتيك المنشآت بتعيين القوى الداخلية في عناصر المنشأ و الناجمة عن مختلف أنواع الحمولات الخارجية ذات الطبيعة الستاتيكية. و أهم الطرق المتبعة في الحساب هي الطرق الكلاسيكية مثل طريقة القوى و طريقة الانتقالات و الطريقة المختلطة و هناك الطرق المصفوفية الحديثة مثل طريقة الفروق المحددة و طريقة العناصر المنتهية.

مفهوم الجملة الحسابية : يستعيض ميكانيك الإنشاءات عن المنشأ بالجملة الحسابية له ، و هي نمط رياضي يصف سلوك المنشأ حيث يستعاض عن القضبان بخطوطها المتوسطة و عن البلاطات بمستويها المتوسط و نستبدل الروابط بين العناصر بأخرى مثالية.

تقسم المنشآت من حيث أنواعها إلى : مستوية أو فراغية. المستوية هي تبسيط للحالة العامة الفراغية. أو يمكن تقسيمها إلى : منشآت كتلية - منشآت رقيقة - و منشآت قضبانية.

باستخدام الحاسب يمكن دراسة المنشأ ككل كجملة حسابية أما بالحل اليدوي فنلجأ على تبسيط المنشأ بإهمال بعض خواصة الثانوية.

طرق حساب المنشآت : إن حساب المنشآت يهدف لتقييم متانتها و استقرارها و صلابتها. فالمتانة تعني مقاومة الحمولات و الاسقرار يعني المحافظة على وضعها و توازنها بالحالة التشوهية و أما الصلابة فتعني التأكد من عدم حدوث انتقالات كبيرة أو اهتزازات تعيق استثمار المنشأ.و طرق الحساب هي :

1-طريقة الاجهادات المسموحة : تعتمد على مقارنة الاجهادات العظمية مع المسموحة الناتجة من تقسيم الإجهاد الخطر الحدي على عامل أمان.

2-طريقة الحمولة المسموحة: تتم بمقارنة الحمولة المؤثرة مع الحمولة المسموحة التي تؤخذ كنسبة من الحمولة الخطرة الحدية الموافقة لعمل المادة خارج مجال المرونة أو الحمولة الحرجة المسببة لفقدان الاستقرار.

3-طريقة الحالة الحدية : الحالات الحدية هي الحالات التي تفقد المنشآت قدرتها على مقاومة المؤثرات الخارجية أو تخرجها عن الإستثمار. ففقدان القدرة على التحمل يتضمن حالات فقدان الاستقرار العام و الموضعي- الانهيار الهش و اللزج- الانهيار على التعب- الاهتزازات الطنينية – سيلان المادة – الزحف... أما الخروج عنالاستثمار فيعني حدوث انتقالات غير مرغوب بها – هبوطات – اهتزازات – تشققات ....

4- الطريقة الاحتمالية الستاتيكية : تعتبر متحولات المسألة غير ثابتة و تدرس بالاعتماد على نظرية الاحتمالات.

الجمل المستقرة و المتحولة هندسياً :

الجمل المستقرة هندسياً تكون تشوهاتها غير ملحوظة تحت تأثير الحمولات الخارجية و ذلك بسبب طبيعة التشوهات المرنة لعناصرها. الجمل غير المستقرة – المتحولة هندسياً تسمح بالانتقال النسبي بين العناصر دون أن يرافقه تشوه فيها حيث تنتقل العناصر لتأخذ موضعاً جديداً مستقراً. و هناك الجمل المتحولة لحظياً التي تسمح بانتقالات متناهية في الصغر على الوصول إلى حالة الاستقرار.

لتكون الجملة مستقرة هندسياً يجب أن يكون عدد ردود الأفعال مساوياً إلى عدد معادلات التوازن و أن لا تتلاقى محاور ردود الأفعال في نقطة واحدة أو تتوازى .

الجمل المقررة و غير المقررة ستاتيكياً :

تكون الجملة مقررة ستاتيكياً إذا أمكن تعيين جميع القوى الداخلية فيها بتطبيق معادلات التوازن الستاتيكي فقط و لا تتوقف قيمها على أبعاد المقاطع أو مواصفات المادة. أما الجمل غير المقررة فنحتاج لدراسة الحالة التشوهية للجملة لتعيين هذه القوى حيث أن عدد

مجاهيل الجملة أكبر من عدد معادلات التوازن و قيم هذه القوى متعلقة بشكل مباشر بأبعاد مقاطع العناصر و مواصفات المادة.

مبدأ الاستقلالية لتأثير القوى الخارجية- مبدأ التنضد : إن أي قيمة ما (رد فعل – قوة داخلية – إجهاد – انتقال ..) ناتجة عن مجموعة من القوى الخارجية التي تؤثر بآن واحد ، تعين كمجموع جبري أو هندسي لمركبات هذه القيم العائدة لكل قوة بمفردها، و ذلك بشرط المادة مرنة خاضعة لقانون هوك و التشوهات صغيرة حيث تعين ردود الأفعال و القوى الداخلية بالحالة اللاتشوهية.

مبدأ الانتقالات الافتراضية :

إذا كانت جملة متوازنة تحت تأثير القوى الخارجية الخاضعة لها و حدث أي انتقال صغير لنقاطها فإن مجموع أعمال القوى الخارجية و الداخلية يساوي الصفر.

$$w_e + w = 0$$

$$\sum P_i Z_i = \sum S_j V_j$$

حيث Pi هي القوى الخارجية و Zi انتقالاتها. Sj هي الجهود الداخلية و Vj هي التشوهات.

و هذه النتيجة يعبر عنها مصفوفياً كما يلي :

$P^T \overline{Z} = S^T \overline{V}$ حيث P,S مصفوفتي القوى و الجهود الداخلية. Z,V هما مصفوفتي الانتقالات و التشوهات.

الفرضيات الأساسية في حساب الجمل المرنة :

1- مادة المنشأ ذات مرونة تامة أي تختفي التشوهات تماماً بعد زوال الحمولة.
2- الإنتقالات صغيرة و يهمل تأثير تغير مواضع القوى في تشكيل معادلات التوازن.
3- تتناسب الانتقالات خطياً مع القوى.
4- يمكن تطبيق مبدأ الاستقلالية لتأثير القوى على الجمل المدروسة.

تعيين الانتقالات في الجمل القضبانية المرنة المقررة ستاتيكياً

يؤدي تشوه Deformation الجملة إلى حدوث انتقالات Displacements في بعض نقاط الجملة. يعتبر حساب الانتقالات معياراً لتقييم صلابة الجملة (الحالة الحدية الثانية) و هو أساس حساب الجمل غير المقررة ستاتيكياً.

إن انتقال مقطع من جملة ما خاضعة لمجموعة قوى يساوي إلى مجموع الانتقالات الناتجة عن تأثير كل قوة بمفردها :

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2 + \ldots + \Delta_n$$

$$\Delta = P_1\delta_1 + P_2\delta_2 + \ldots + P_n\delta_n$$

أي تساوي جداء كل قوة بالانتقال الناتج عن واحدة القوى.

طريقة الطاقة : تستخدم لتعيين الانتقالات في الجمل المرنة بشكل واسع و تعتمد على تعيين القدرة الكامنة لتشوه الجمل المرنة.

عمل القوى الخارجية و الداخلية-الطاقة الكامنة : يعطى عمل القوى الخارجية كما يلي :

$W = \frac{1}{2}\sum P_i \Delta_i$ و هي ما تسمى بنظرية كلابيرون حيث الانتقال انسحاب بالنسبة لحالة قوة مركزة و زاوية دوران لحالة عزم مركز. هذا العمل موجب دوماً لحالة القوى الخارجية. أما عمل القوى الداخلية فهو سالب لأنه يعاكس الإنفعال و يعطى لعنصر جزئي dx خاضع للقوى الثلاث : قوة محورية N و قاصة Q و عزم انعطاف M بالشكل :

$$dW = dW_N + dW_m + dW_Q = -\frac{N^2 dx}{2EA} - \frac{M^2 dx}{2EI} - \frac{\eta Q^2 dx}{2GA}$$

Eعامل مرونة المادة

G معامل القص
η عامل يأخذ بعين الاعتبار التوزع غير المنتظم لإجهادات القص على المقطع.
بمكاملة هذه العلاقة على كامل طول العنصر L و ذلك لكل عنصر من الجملة و أخذ المجموع على كامل العناصر نحصل على عمل القوى الداخلية :

$$W = -\sum\int_0^L \frac{N^2 dx}{2EA} - \sum\int_0^L \frac{M^2 dx}{2EI} - \sum\int_0^L \frac{\eta Q^2 dx}{2GA}$$

و الطاقة الكامنة للجملة تساوي :

$$U = \sum\int_0^L \frac{N^2 dx}{2EA} + \sum\int_0^L \frac{M^2 dx}{2EI} + \sum\int_0^L \frac{\eta Q^2 dx}{2GA}$$

الآن لدينا نظرية العمل المتبادل التي تقول أن العمل الافتراضي الناجم عن قوة P1 نتيجة الانتقالات وفق اتجاهها و التي سببتها القوة P2 يساوي عمل القوة P2 نتيجة الانتقالات وفق اتجاهها الناتجة عن القوة الأولى P1 بمعنى آخر :

$$W_{12} = W_{21}$$

$$P_1\Delta_{12} = P_2\Delta_{21}$$

و بالنظر إلى أن $W_{12} = W - W_{11} - W_{22}$ حيث W العمل الكلي و يساوي

$$W = -\sum\int_0^L \frac{(N_1+N_2)^2 dx}{2EA} - \sum\int_0^L \frac{(M_1+M_2)^2 dx}{2EI} - \sum\int_0^L \frac{\eta(Q_1+Q_2)^2 dx}{2GA}$$

$$W_{12} = -\sum\int_0^L \frac{(N_1+N_2)^2 - N_1^2 - N_2^2}{2EA}dx - \sum\int_0^L \frac{(M_1+M_2)^2 - M_1^2 - M_2^2}{2EI}dx$$

$$-\sum\int_0^L \frac{\eta(Q_1+Q_2)^2 - Q_1^2 - Q_2^2}{2GA}dx$$

$$W_{12} = -\sum\int_0^L N_1 \frac{N_2.dx}{2EA} - \sum\int_0^L M_1 \frac{M_2.dx}{2EI} - \sum\int_0^L Q_1 \frac{\eta.Q_2.dx}{2GA}$$

و التي يمكن تفسيرها أنها تساوي مجموع جداءات الجهود المتولدة عن قوى الحالة الأولى مثل M1 في التشوه $\frac{M_2.dx}{2EI}$ الناجم عن قوى الحالة الثانية.

نظرية الانتقالات المتبادلة – نظرية مكسويل :
الانتقال باتجاه القوة الواحدية الأولى الناتج عن تأثير القوة الواحدية الثانية يساوي الانتقال باتجاه القوة الواحدية الثانية الناتج عن تأثير القوة الواحدية الأولى أي بحالة لدينا قوتين واحديتين P1=P2=1 يكون : $\delta_{12} = \delta_{21}$

تعيين الانتقالات بعلاقة مكسويل مور : يعتبر أساس حساب الجمل غير المقررة استناداً لمبدأ الانتقالات الافتراضية و ينص بأنه : يمكن حساب الانتقال في جملة هندسية ما تحت تأثير قوة P بدلالة القوى الداخلية المتولدة في الجملة المدروسة عن هذه الحمولة و عن القوة الواحدية التي نطبقها باتجاه الانتقال المراد حسابه و هذه القوة قد تكون عزم بحال طلب حساب زاوية الدوران.
و ذلك لأن العمل الذي تبذله القوة الواحدية P=1 يساوي عملياً الانتقال الناجم عنها :

$$W_{1p} = P_1 \Delta_{1p} = \Delta_{1p} \Rightarrow$$

$$\Delta_{1p} = \sum \int_0^L N_1 \frac{N_p.dx}{EA} + \sum \int_0^L M_1 \frac{M_p.dx}{EI} + \sum \int_0^L Q_1 \frac{\eta.Q_p.dx}{GA}$$

و بحالة المقطع ثابت يكون :

$$\Delta_{1p} = \sum \frac{1}{EA} \int_0^L N_1 N_p.dx + \sum \frac{1}{EI} \int_0^L M_1 M_p.dx + \sum \frac{1}{GA} \int_0^L Q_1 \, \eta.Q_p.dx$$

و هكذا يكون :

$$\Delta_{11} = \sum \frac{1}{EA} \int_0^L N_1^2.dx + \sum \frac{1}{EI} \int_0^L M_1^2.dx + \sum \frac{1}{GA} \int_0^L Q_1^2 \eta..dx$$ هو الانتقال باتجاه القوة الواحدية

P1 =1 و الناتج عن القوة P1 نفسها و العمل الذي قامت به القوة P1 يساوي $W_{11} = \frac{1}{2} P_1.\Delta_{11}$

و نلخص مراحل حساب الانتقالات حسب مكسويل مور :
1- نوجد علاقات Mp,Np,Qp العائدة للحمولة المعطاة كتابع بالاحداثي X
2-نطبق قوة واحدية موافقة باتجاه الانتقال المطلوب تعيينه
3-نعين الجهود M1,N1,Q1 الناتجة عن القوة الواحدية كتابع في X
4-نعوض بالعلاقة * و نكامل على كامل عناصر المنشأ فينتج الانتقال المطلوب Δ_{1p}

أما لحساب الانتقال النسبي بين نقطتين من الجملة المدروسة فنطبق قوتين واحديتين باتجاهين متعاكسين في النقطتين ثم نحسب تكامل مور مع الأخذ بعين الاعتبار أن القوى الواحدية M1,N1,Q1 عائدة لتأثير القوتين الواحديتين الموافقتين معاً.
قاعدة غريشاجين : تسهل هذه القاعدة من عملية حساب تكاملات مور بحالة العزم فقط بتحويلها إلى جداء مخططات. تستخدم بحالة عناصر مستقيمة ثابتة المقطع بشرط كون أحد المخططين خطي و الآخر كيفي.
و تنص القاعدة :
لجداء مخططين أحدهما خطي و الآخر كيفي يكفي أن نضرب مساحة المخطط الكيفي في الترتيب الموافق لمركز ثقله من المخطط الخطي أو

$$\Delta_{1p} = \frac{1}{EI} \int M_1 M_p dx = \frac{1}{EI} \Omega_p Y_1$$

حيث Ω_p هي مساحة المخطط الكيفي و Y1 هو الترتيب الموافق لمركز ثقله من المخطط الخطي و Δ_{1p} هو الثابت

مبدأ طريقة الطاقة في تعيين الانتقالات :

تعتمد على نظرية كستليانو التي مفادها أن المشتق الجزئي لعلاقة الطاقة الكامنة بالنسبة لقوة ما P يساوي إلى الانتقال الذي سببته الحمولة باتجاه هذه القوة. $\frac{\partial U}{\partial P_k} = \Delta_{kp}$

فللحل اعتماداً على هذه الطريقة نطبق قوة افتراضية باتجاه الانتقال المطلوب إيجاده إن لم تكن مطبقة أصلاً ثم نشكل العلاقة الكلية للطاقة الكامنة تحت تأثير القوة المطبقة و الحمولات الأخرى المؤثرة على الجملة. ثم نفاضل العلاقة الناتجة بالنسبة للقوة المطبقة على الجملة فنحصل على الصيغة التي من خلالها يتعين الانتقال المجهول و لا بد من تعويض قيمة هذه القوة الافتراضية بالصفر لحصول على الانتقال النهائي.

مصفوفة الليونة أو الطراوة :

عند حساب المنشآت بالصيغة المصفوفية تكتب الخصائص المرنة للعناصر المؤلفة للجملة في مصفوفة الليونة أو مصفوفة الصلابة. هذه المصفوفات تربط بين القوى المطبقة على العنصر و بين الانتقالات وفق اتجاهها. فإذا كتبنا علاقة الانتقالات بدلالة القوى فنحن أمام مصفوفة الليونة و إذا اعطينا علاقة القوى بدلالة الانتقالات فهذا سيقودنا إلى مصفوفة الصلابة.

بحالة عنصر وحيد ت}ثر عليه جملة قوى يكون انتقال عقدة ما باتجاه القوة Si مساوياً إلى مجموع الانتقالات الناتجة عن تأثير كل القوى Sj بمفردها :

$$Vi = \delta_{ii}S_i + \delta_{ij}S_j + .. + \delta_{in}S_n + ...$$

$$Vj = \delta_{ji}S_i + \delta_{jj}S_j + .. + \delta_{jn}S_n + ...$$

....

تكتب بالصيغة المصفوفية : $V = \delta.S$ حيث V مصفوفة انتقالات نقط تطبيق القوى و S مصفوفة القوى و δ مصفوفة الليونة للعنصر المحدد. و رتبة هذه المصفوفة تتحدد بعدد القوى المستقلة المطبقة عليه.

في الحالة العامة يتألف المنشأ من عدد من العناصر و لكل منها صيغتها المصفوفية

$$V_1 = \delta_1.S_1$$

$$V_2 = \delta_2.S_2$$

....

$$V_n = \delta_n.S_n$$

و تمثل مصفوفياً :

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_1 & 0 & 0 \\ 0 & \delta_2 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_3 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_n \end{bmatrix}$$

أو باختصار V=f.S

حيث V مصفوفة الانتقالات العقدية للعناصر المنعزلة و f مصفوفة الطراوة شبه القطرية للعناصر المنعزلة و S مصفوفة القوى.

تعيين الانتقالات مصفوفياً : وجدنا أن $\overline{P}^T.Z = \overline{S}^T.V$ و بحالة (القوى الواحدية) تصبح مصفوفة الانتقالات $Z = \overline{S}^T.V$

و لكن $\overline{S} = \overline{b}.\overline{P} = \overline{\overline{b}}$ و منه $Z = \overline{b}^T.V$ و نعبر عن التشوه V بدلالة القوى $Z = \overline{b}^T.f.S$ و منه

$$\boxed{Z = \overline{b}^T.f.b.P = F.P}$$

حيث f مصفوفة الليونة شبه القطرية لعناصر الجملة غير المتصلة فيما بينها

$\overline{b}^T$ منقول مصفوفة الجهود في المقاطع الحسابية الناتجة عن تأثير القوى الواحدية المطبقة باتجاه الانتقالات المطلوب ايجادها.

و b مصفوفة الجهود في المقاطع الحسابية الناجمة عن القوى المعطاة

P مصفوفة الحمولات.

$F = \overline{b}^T.f.b$ هي مصفوفة الليونة للمنشأ ككل محسوبة بدلالة مصفوفات الليونة للعناصر المكونة له.